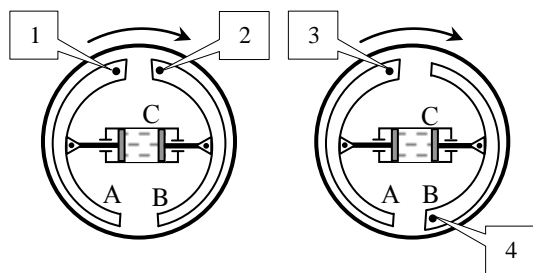


**Задание заключительного тура Инженерной олимпиады школьников
2015-2016 учебного года, 9-10 класс**

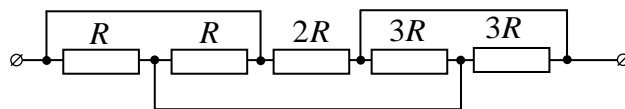
Задание

1. (2 балла) На рисунке показаны две схемы расположения барабанного тормоза автомобиля. Принцип работы тормоза заключается в следующем. На оси колес надеты цилиндрические барабаны, вращающиеся вместе с колесами. К торцевым стенкам барабана (которые вместе с барабаном не вращаются) прикреплены две тормозные колодки А и В (в точках 1, 2, 3 и 4). При нажатии на педаль тормоза возрастает давление жидкости в тормозных цилиндрах С, колодки прижимаются к внутренней поверхности барабана и тормозят его благодаря трению. Какая система – показанная на левом или правом рисунке – тормозит более эффективно? Направление вращения барабана показано стрелкой. Ответ обосновать.

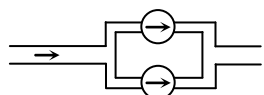


2. (2 балла) В шахтный водосборник – резервуар для сбора шахтных вод перед их откачкой водоотливной установкой – равномерно поступает вода. Первоначально водосборник был пустой, а на откачку воды из камеры водосборника работал один насос. Насос не справлялся с водой, так что за $t_1 = 6$ мин камера наполнилась наполовину. Тогда включили на второй (точно такой же) насос, но вода продолжала прибывать – ещё через $t_2 = 15$ мин камера была заполнена полностью. За какое время камера опустеет, если в момент ее полного заполнения включить третий (точно такой же) насос?

3. (1 балл) Найти сопротивление цепи. Сопротивления резисторов указаны на рисунке.



4. (1 балл) В типографию завезли бумагу в рулоне. Во время работы типографии рулон разматывают, и используют бумагу для печати газет. Через 40 дней работы оказалось, что радиус оставшейся части рулона составляет $2/3$ от начального. На сколько дней работы хватит его оставшейся части? Считать, что типография работает с одинаковой интенсивностью, бумага намотана до самой оси рулона. **Указание.** Объем цилиндра, в основании которого лежит круг радиуса r и высота которого h , определяется соотношением $V = \pi r^2 h$.

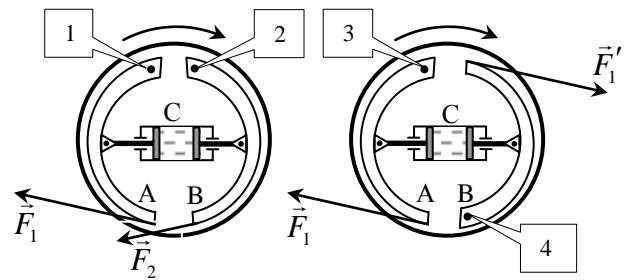


5. (3 балла) Важным параметром любого жидкостного насоса является его напорно-расходная характеристика, которая показывает, какой перепад давлений Δp (напор) может обеспечить насос в зависимости от количества жидкости μ , которое он может прокачать в единицу времени (расход). Эта зависимость, как правило, является убывающей функцией: при большом расходе насос может обеспечить только маленький напор и наоборот. Два насоса с напорно-расходными характеристиками $\Delta p_1 = p_0 - \alpha \mu^2$ и $\Delta p_2 = p_0 - \beta \mu$, где p_0 , α и β - известные числа с соответствующими размерностями в трубопровод так, как показано на рисунке (параллельно). Каким будет расход в системе насосов при напоре $\Delta p = p_0 / 2$? Какой напор обеспечит система насосов при расходе μ_0 ? (- схематическое обозначение насоса).

6. (3 балла) Через помещение, в котором поддерживается постоянная температура $t = 15^\circ \text{C}$ проходит труба с горячей водой. Температура трубы в том месте, где она входит в помещение равна $t_1 = 75^\circ \text{C}$, в том месте, где выходит - $t_3 = 30^\circ \text{C}$. Чему равна температура посередине трубы? Считать, что теплообмен между тем или иным участком трубы и помещением пропорционален разности температур этого участка трубы и помещения.

Решения

1. При торможении с помощью барабанного тормоза на барабан со стороны колодок и (по третьему закону Ньютона) со стороны барабана на колодки действуют силы трения. Силы трения, действующие на тормозные колодки со стороны барабана, показаны на рисунке. Эти силы трения создают моменты, стремящиеся развернуть левую и правую тормозные колодки левого барабана по часовой стрелке. А для правого – одну по, вторую против часовой стрелки. Это приводит к увеличению силы реакции между барабаном и левой колодкой, и к уменьшению силы реакции между барабаном и правой колодкой. Следовательно, сила трения между барабаном и левой колодкой возрастает, между барабаном и правой колодкой – убывает. Т.е. для левой колодки возникает эффект заклинивания, для правой – нет.



При торможении с помощью барабана, приведенного на правом рисунке в условии задачи, силы трения заклинивают обе тормозные колодки. Это значит, что торможение правым барабаном более эффективно.

2. Пусть в резервуар каждую секунду поступает масса воды m , каждый насос откачивает в секунду массу воды μ , полная масса воды в резервуаре - M . Тогда для наполнения половины камеры при работе одного насоса имеем

$$mt_1 - \mu t_1 = M/2$$

Для заполнения второй половины камеры при работе двух насосов имеем

$$mt_2 - 2\mu t_2 = M/2$$

Решая систему уравнений относительно m и μ , получим

$$m = \frac{M(2t_2 - t_1)}{2t_1 t_2}, \quad \mu = \frac{M(t_2 - t_1)}{2t_1 t_2}$$

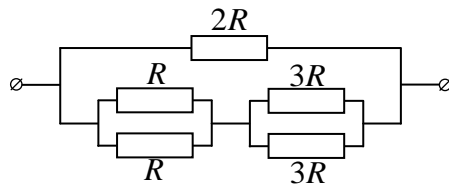
Теперь можно рассмотреть работу трех насосов

$$3\mu t_3 - mt_3 = M \quad \Rightarrow \quad t_3 = \frac{M}{3\mu - m}$$

Подставляя в последнюю формулу m и μ , найдем

$$t_3 = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - 2t_1} = 60 \text{ мин}$$

3. С помощью деформации проводов данная в условии электрическая цепь может быть преобразована к следующей цепи



Находя ее сопротивление, получим $R_{\text{общ}} = R$.

4. Очевидно, отношение количества дней, которые завод работал на первой и второй порциях бумаги, равно отношению объемов этих порций. Поэтому

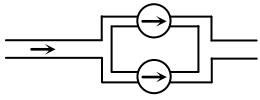
$$\frac{n_{2/3}}{40} = \frac{V_{2/3}}{V_{1/3}}$$

где $n_{2/3}$ - количество дней, на которые хватит остатка рулона, $V_{2/3}$ - его объем, $V_{1/3}$ - объем первой порции рулона (которая израсходована за 40 дней). Находя объемы первой и второй порций

$$V_{1/3} = \pi \left(R^2 - (2R/3)^2 \right) h = \frac{5}{9} \pi R^2 h, \quad V_{2/3} = \pi (2R/3)^2 h = \frac{4}{9} \pi R^2 h.$$

(R - радиус неразмотанного рулона, h - его высота). Отсюда

$$n_{2/3} = 40 \frac{V_{2/3}}{V_{1/3}} = 32 \text{ дня}$$



5. Очевидно, при параллельном соединении насосов каждый из них работает при одинаковом напоре Δp (разность давлений жидкости после и до насоса). А вот расходы, которые обеспечивают насосы, складываются. Используя напорно-расходные характеристики первого и второго насоса, найдем расход при напоре $\Delta p = p_0 / 2$:

$$\mu(p_0/2) = \sqrt{\frac{p_0}{2\alpha} + \frac{p_0}{2\beta}}$$

При заданном расходе μ_0 системы насосов расход жидкости через насосы распределяется так, чтобы напор первого и второго насосов был одинаковым:

$$\mu_0 = \mu_1 + \mu_2$$

$$p_0 - \alpha\mu_1^2 = p_0 - \beta\mu_2^2$$

Отсюда

$$\mu_1 = \frac{\sqrt{\beta^2 + 6\alpha\beta\mu_0} - \beta}{2\alpha}$$

Подставляя теперь это значение в напорно-расходную характеристику, получим

$$\Delta p = p_0 - \alpha \left(\frac{\sqrt{\beta^2 + 6\alpha\beta\mu_0} - \beta}{2\alpha} \right)^2$$

6. (3 балла) Через помещение, в котором поддерживается постоянная температура $t = 15^\circ \text{C}$ проходит труба с горячей водой. Температура трубы в том месте, где она входит в помещение равна $t_1 = 75^\circ \text{C}$, в том месте, где выходит - $t_3 = 30^\circ \text{C}$. Чему равна температура посередине трубы? Считать, что теплообмен между тем или иным участком трубы и помещением пропорционален разности температур этого участка трубы и помещения.

Решение. Пусть в единицу времени через сечение трубы протекает масса воды Δm . Обозначим температуру воды посередине трубы t_2 . Тогда первая половина трубы теряет в единицу времени количество теплоты - $c\Delta m(t_1 - t_2)$. Это количество теплоты уходит в помещение через боковые стенки трубы. Поток тепла через боковую поверхность первой половины трубы пропорционален разности температур любой фиксированной точки первой половины трубы и помещения $\eta(t_1 - t)$, где η - коэффициент пропорциональности, одинаковый для теплообмена первой и второй половин трубы и помещением (в качестве такой точки можно взять любую точку барабана; коэффициент η , естественно, зависит от выбора этой точки). Возьмем в качестве такой точки начало первой и второй половин трубы. Тогда

$$c\Delta m(t_1 - t_2) = \eta(t_1 - t)$$

Аналогично для теплообмена второй половины трубы помещения имеем

$$c\Delta m(t_2 - t_3) = \eta(t_2 - t)$$

Деля уравнения друг на друга, получим

$$t_2^2 - 2tt_2 + t_3t_1 - t_1t - t_3t = 0$$

Из квадратного уравнения найдем искомую температуру t_2

$$t_2 = t + \sqrt{(t - t_3)(t - t_1)} = 45^\circ \text{C}$$