

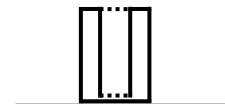
Задания заключительного тура

Всероссийского конкурса научных работ школьников «Юниор» 2014-2015 учебного года секция физики и астрономии, 10 класс

1. Между кубиками массами m и $2m$, которые покоятся на гладком горизонтальном столе, вставляют сжатую пружину. Если кубик с массой $2m$ удерживать, а другой освободить, он отлетит со скоростью v . С какой скоростью будет двигаться этот кубик, если кубики освободить одновременно? Деформация пружины одинакова в обоих случаях.

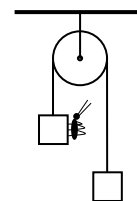
2. Земля совершает два вращения – вокруг своей оси и вокруг Солнца. Считая известным, что период обращения Земли вокруг своей оси немного меньше календарных суток, и используя известные календарные и астрономические данные, найти период обращения Земли вокруг своей оси с точностью до секунд.

3. Внутри запаянного с одной стороны цилиндра радиуса R вставляют цилиндр радиуса $R/2$, который чуть-чуть недостает до дна первого цилиндра, и герметично запаивают поверхность между цилиндрами (см. рисунок).



Полученный сосуд размещают на горизонтальном столе и через узкий цилиндр заливают в него воду. Какой объем воды в него можно налить? Атмосферное давление p_0 , высота сосуда - h . Толщиной стенок цилиндров пренебречь.

4. Через неподвижный блок перекинута легкая нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены два груза массой M каждый. К боковой поверхности одного из грузов прицепился таракан массой m . Вначале грузы удерживали, причем груз с тараканом находился на h выше второго груза. Грузы отпускают, и в тот момент, когда груз с тараканом поравнялся со вторым грузом, таракан прыгнул перпендикулярно боковой поверхности своего груза и уцепился за движущийся вверх второй груз. Через какое время грузы снова поравняются? На какую максимальную высоту поднимется груз с тараканом?



Решения

1. Пусть потенциальная энергия сжатой пружины - Π . Тогда в первом случае закон сохранения энергии дает

$$\frac{mv^2}{2} = \Pi$$

Во втором случае потенциальная энергия пружины превращается в кинетическую энергию обоих кубиков. И, кроме того, поскольку систему кубиков не удерживают, для их скоростей в этом случае справедлив закон сохранения импульса. Поэтому

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv_2^2}{2} = \Pi$$

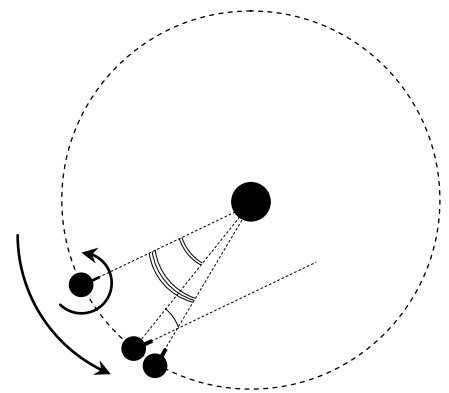
$$mv_1 = 2mv_2$$

где v_1 и v_2 - скорости кубиков во втором случае. Из системы уравнений находим

$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}v$$

2. Сутками (или Солнечными сутками) естественно назвать время между двумя одинаковыми Солнца по отношению к Земле (например, между двумя моментами, когда Солнце находится в зените в некоторой точке Земли). Звездными сутками естественно назвать время между двумя одинаковыми положениями звезд по отношению к Земле. Из-за вращения Земли вокруг Солнца эти два интервала времени несколько отличаются друг от друга.

На рисунке показана орбита Земли (почти круговая), в центре орбиты – Солнце. На Земле черточкой отмечена некоторая фиксированная точка (например, Останкинская телебашня в Москве). Солнечные сутки – интервал времени между двумя положениями Земли, когда черточка (Останкинская башня) направлена на Солнце. Звездные сутки – интервал времени между двумя положениями Земли, когда Останкинская башня направлена на одну и ту же очень далекую звезду (или, поскольку звезда очень далека, между двумя положениями Земли, когда Останкинская башня параллельна сама себе, другими словами, звездные сутки – это точный период обращения Земли вокруг своей оси). Если бы Земля только вращалась вокруг своей оси (но не вокруг Солнца), то солнечные и звездные сутки совпадали бы. Если бы направление вращения Земли вокруг своей оси и вокруг Солнца были бы противоположными (не так как на рисунке), то звездные сутки были бы больше солнечных. В условии сказано, что солнечные сутки меньше, поэтому направления вращения Земли вокруг своей оси и вокруг Солнца совпадают (как это показано на рисунке). На рисунке двумя дугами отмечен угол поворота Земли вокруг Солнца, отвечающий звездным суткам, а тремя дугами – солнечным. Из рисунка очевидно, что разница между солнечными и звездными сутками отвечает повороту Земли вокруг своей оси, равному ее углу ее суточного поворота вокруг Солнца (этот угол отмечен на рисунке одной дугой). А поскольку полный оборот вокруг Солнца Земля совершает за 365 дней и 6 часов (4 раза по 6 часов дают високосный год, в котором 366 дней), то за солнечные сутки (24 часа) Земля поворачивается на угол



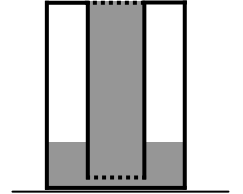
$$\Delta\alpha = \frac{24}{365 \cdot 24 + 6} 360^\circ = 0,986^\circ$$

вокруг Солнца. Поэтому для солнечных суток (t) и звездных суток (T) справедливо соотношение

$$t = T + T \frac{\Delta\alpha}{360^\circ} \Rightarrow T = \frac{t}{1 + \frac{\Delta\alpha}{360^\circ}} \Rightarrow t - T = \frac{\frac{\Delta\alpha}{360^\circ}}{1 + \frac{\Delta\alpha}{360^\circ}} t = 236,0 \text{ секунд}$$

А поскольку 236 секунд – это без 4 секунд 4 минуты, то полный оборот вокруг своей оси Земля делает за 23 часа 56 минут и 4 секунды.

3. При наливании воды в центральный цилиндр, она заполнит его до краев, и поднимется в пространстве между цилиндрами на такую высоту, до которой ее пустит воздух в пространстве между цилиндрами (см. рисунок). Пусть между цилиндрами вода поднялась на высоту Δh . Тогда давление воздуха в



пространстве между цилиндрами равно $p_0 + \rho g(h - \Delta h)$, где p_0 - атмосферное давление, ρ - плотность воды. Применяя к этому воздуху закон Бойля-Мариотта, получим

$$p_0 h = (p_0 + \rho g(h - \Delta h))(h - \Delta h) \quad (*)$$

Решая квадратное уравнение (*), найдем

$$\Delta h = h - \frac{\sqrt{p_0^2 + 4\rho g h p_0}}{2\rho g}$$

Отсюда находим максимальный объем воды, который можно налить в сосуд

$$V = \frac{3\pi R^2}{4} \left(h - \frac{\sqrt{p_0^2 + 4\rho g h p_0}}{2\rho g} \right) + \frac{\pi R^2 h}{4}$$

4. Система грузов будет двигаться с ускорением

$$a = \frac{mg}{2M + m} \quad (*)$$

Грузы поравняются друг с другом, когда каждый пройдет расстояние $h/2$, и будут иметь скорости

$$v = \sqrt{ah} = \sqrt{\frac{mgh}{2M + m}}$$

Это произойдет через время

$$\tau = \sqrt{\frac{(2M + m)h}{mg}}$$

После начала движения. Найдем скорости грузов v_1 после перепрыгивания таракана на другой груз. По закону сохранения импульса имеем

$$2Mv - mv = (2M + m)v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{(2M - m)v}{2M + m} = \frac{(2M - m)\sqrt{mgh}}{(2M + m)^{3/2}}$$

Ускорение системы грузов будет также определяться формулой (*). Поэтому время τ_1 до того момента, когда грузы снова поравняются, можно найти так

$$\tau = \frac{2v_1}{a} = 2(2M - m) \sqrt{\frac{h}{mg(2M + m)}} = \frac{2(2M - m)}{(2M + m)} \sqrt{\frac{(2M + m)h}{mg}} = \frac{2(2M - m)}{(2M + m)} \tau$$

Груз с тараканом поднимется на высоту

$$h_1 = \frac{h(2M - m)^2}{2(2M + m)^2}$$

(по отношению к уровню, когда положения грузов совпадают), а максимальное расстояние между грузами будет равно $2h_1$.